

**EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010**  
**Probă scrisă la matematică - Proba E c)**

**Varianta 9**

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii.

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- Alle Themen (I, II, III) sind verpflichtend. Von Amts wegen 10 Punkte.
- Die effektive Arbeitszeit beträgt 3 Stunden.
- Bei allen Themen werden vollständige Lösungen verlangt.

**I. THEMA**

**(30 Punkte)**

- 5p 1. Berechne  $\log_2 \frac{1}{8} + \sqrt[3]{27}$ .
- 5p 2. Bestimme die Koordinaten der Spitze der Parabel, die der Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x + 3$  entspricht.
- 5p 3. Löse die Gleichung  $2 - 3^{x^2-1} = 1$  in der Menge der reellen Zahlen.
- 5p 4. Bestimme die Anzahl der dreistelligen Zahlen mit unterschiedlichen Ziffern, die man mit den Elementen der Menge  $\{1, 2, 3, 4\}$  bilden kann.
- 5p 5. Es seien die Vektoren  $\vec{v}_1 = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{v}_2 = \vec{i} + 3\vec{j}$ . Bestimme die Koordinaten des Vektors  $\vec{w} = 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ .
- 5p 6. Ein rechtwinkliges Dreieck hat die Katheten  $AB = 3, AC = 4$ . Bestimme die Länge der Höhe aus  $A$ .

**II. Thema**

**(30 Punkte)**

1. Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Berechne  $A^2 - A$ .
- 5p b) Bestimme die Umkehrmatrix der Matrix  $A$ .
- 5p c) Löse die Gleichung  $A \cdot X = \begin{pmatrix} 2010 & 2010 \\ 2009 & 2010 \end{pmatrix}, X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .
2. Es seien die Polynome  $f, g \in \mathbb{Z}_3[X], f = X^2 + X, g = X^2 + \hat{2}X + a$ , wobei  $a \in \mathbb{Z}_3$ .
- 5p a) Berechne  $f(\hat{0}) + f(\hat{1})$ .
- 5p b) Bestimme die Wurzeln des Polynoms  $f$ .
- 5p c) Beweise, dass  $f(\hat{0}) + f(\hat{1}) + f(\hat{2}) = g(\hat{0}) + g(\hat{1}) + g(\hat{2})$ , für alle  $a \in \mathbb{Z}_3$ .

**III. THEMA**

**(30 Punkte)**

1. Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 \cdot e^x$ .
- 5p a) Berechne  $f'(x)$ .
- 5p b) Beweise, dass die Funktion  $f$  dem Intervall  $[-2, 0]$  fallend ist.
- 5p c) Beweise, dass  $0 \leq f(x) + f(x^2) \leq \frac{e^2 + 1}{e}$ , für alle  $x \in [-1, 0]$ .
2. Es sei die Funktion  $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + \frac{1}{x}$ .
- 5p a) Berechne  $\int_1^3 \left( f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$ .
- 5p b) Bestimme den Rauminhalt des Körpers, den wir durch die Drehung um die  $Ox$ -Achse des Schaubildes der Funktion  $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = f(x)$  erhalten.

**5p**

c) Berechne  $\int_1^e f(x) \cdot \ln x \, dx$ .